作业参考答案

8.10**解**：(1)当$\sigma^2=4$时，
取$\alpha=0.05$，查表得，$Z_{1-\frac{\alpha}{2}}=1.96$
$\bar{x}=\frac{1}{5}(11.2+10.8+10.9+11.3+10.9)=11.02$
$\therefore \bar{x}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=11.02-1.96\frac{2}{\sqrt{5}}=9.27$
$\bar{x}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=11.02+1.96\frac{2}{\sqrt{5}}=12.77$
$\therefore$所求的置信区间为$[9.27,12.77]$
(2)当σ^2未知时，
$\alpha=0.05,n=5$时，查t分布表得：$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.975}(4)=2.7764$
$s=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=0.217$
$\therefore \bar{x}-t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}=11.02-2.7764\frac{0.217}{\sqrt{5}}=10.75$
$\bar{x}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}=11.02+2.7764\frac{0.217}{\sqrt{5}}=11.29$
$\therefore$所求的置信区间为$[10.75,11.29]$

8.11**解**：$\because \sigma^2$未知
当$\alpha=0.05,n=10$时，查t分布表得：$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.975}(9)=2.2622$
$s=\sqrt{400}=20$
$\therefore \bar{x}-t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}=1500-2.2622\frac{20}{\sqrt{10}}=1485.69$
$\bar{x}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}=1500+2.2622\frac{20}{\sqrt{10}}=1514.31$

8.13**解**：$\because \sigma^2$未知，所以置信区间长度为$2\cdot Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\leq 2$
得$n\geq\frac{4Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\sigma^2}{L^2}$
所以当容量$n\geq\frac{4Z^2_{1-\frac{\alpha}{2}}\sigma^2}{L^2}$时，置信区间长度大于L。

8.14**解**：由题意得$\bar{x}=1500h,s^2=400h^2$
查χ^2分布表，得
$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.025}(9)=2.7$
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.975}(9)=19.023$
$\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}=\frac{9.400}{2.7}=1333.33$
$\frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}=\frac{9.400}{19.023}=189.24$
$\therefore \sigma^2$的95% 置信区间为[189.24,1333.33]

9.1**解**：(1)假设$H_0:\mu=60$
(2)计算统计量的值，因为σ^2未知，且$\bar{x}=61.6,s=14.4$

所以$T=\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}=\frac{61.6-60}{14.4/\sqrt{10}}=0.35$
(3)当$\alpha=0.05$时，查t分布表，得$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.975}(9)=2.2622$
(4)由$|T|<t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$,得：接受假设$H_0:\mu=60$。

9.2**解**：(1)假设$H_0:\mu=52.50$
(2)计算统计量的值：因为σ^2未知，且$\bar{x}=51.143,s=1.149$
所以$T=\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}=\frac{51.143-52.50}{1.149/\sqrt{6}}=-2.893$
(3)当$\alpha=0.05$ 时,查t分布表，得$t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.975}(5)=2.5706$
(4)由$|T|>t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$,得：拒绝假设$H_0:\mu=52.50$。

9.3**解**：(1)假设$H_0:\mu=\mu_0,H_1:\mu>\mu_0$
(2)计算统计量的值：$\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{20}{40/\sqrt{9}}=1.5$
(3)当$\alpha=0.01$时，查标准正态分布表得临界值$Z_{1-\alpha}=Z_{0.99}=2.325$
(4)因为$\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{20}{40/\sqrt{9}}=1.5<2.325=Z_{1-\alpha}$
所以接受假设$H_0:\mu=\mu_0$,即这批钢索的质量没有显著提高。

9.4**解**：假(1)设$H_0:\sigma^2=0.0004$
(2)计算统计量的值,$s=0.025,\therefore\chi^2=\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}=\frac{14\cdot0.025^2}{0.0004}=21.875$
(3)当$\alpha=0.05$时，查χ^2分布表，得：
$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.975}(14)=26.119,\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=\chi^2_{0.025}(14)=5.629$
(4)因为$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=5.629<21.875<26.119<\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)$
所以接受假设$H_0:\sigma^2=0.0004$

9.5**解**：(1)假设$H_0:\sigma^2=\sigma_0^2,H_1:\sigma^2>\sigma_0^2$
(2)计算统计量的值，由题意得：$\sigma_0=0.005,s=0.007$
所以$W=\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}=\frac{8\cdot0.007^2}{0.005^2}=15.68$
(3)当$\alpha=0.05$时，查χ^2分布表，得：$\chi^2_{1-\alpha}(n-1)=\chi^2_{0.95}(8)=15.507$
(4)因为$W=\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}=\frac{8\cdot0.007^2}{0.005^2}=15.68>15.507=\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$
所以拒绝H_0，接受H_1，即这批导线的标准差显著偏大。

9.6**解**：(1)假设$H_0:\sigma^2=80,H_1:\sigma^2>80$
(2)计算统计量的值$\bar{x}=62.4,s^2=121.82,\sigma_0^2=80$
所以$W=\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}=\frac{9\cdot121.82}{80}=13.705$
(3)当$\alpha=0.05$时，查χ^2分布表，得：$\chi^2_{1-\alpha}(n-1)=\chi^2_{0.95}(9)=16.919$
(4)因为$W=\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}=\frac{9\cdot121.82}{80}=13.705<16.919=\chi^2_{1-\alpha}(n-1)$
所以接受$H_0:\sigma^2=80$